

## Άσκηση 1

Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ .

### ΛΥΣΗ

Για τον αριθμητή  $2x^2 + 3x - 2$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 & \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma \\ \beta &= 3 & &= 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) \\ \gamma &= -2 & &= 9 + 16 \\ & & &= 25 > 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 5}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

Συνεπώς,  $2x^2 + 3x - 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 2) = (2x - 1)(x + 2)$ .

Για τον παρονομαστή έχουμε:  $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$ .

Και το όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-1)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{2(-2)-1}{-2-2} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}.$$

## Άσκηση 2

Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \frac{4x^2 + 4x - 15}{4x^2 - 25}$ .

### ΛΥΣΗ

Για τον αριθμητή  $4x^2 + 4x - 15$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \alpha &= 4 & \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma \\ \beta &= 4 & &= 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) \\ \gamma &= -15 & &= 16 + 240 \\ & & &= 256 > 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 4} = \frac{-4 \pm 16}{8} \begin{cases} x_1 = \frac{-4+16}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{-4-16}{8} = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Συνεπώς, } 4x^2 + 4x - 15 = 4 \left( x - \frac{3}{2} \right) \left( x + \frac{5}{2} \right) = (2x - 3)(2x + 5).$$

$$\text{Για τον παρονομαστή έχουμε: } 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5).$$

Και το όριο γίνεται

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \frac{(2x-3)(2x+5)}{(2x+5)(2x-5)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \frac{2x-3}{2x-5} = \frac{2\left(-\frac{5}{2}\right)-3}{2\left(-\frac{5}{2}\right)-5} = \frac{-5-3}{-5-5} = \frac{-8}{-10} = \frac{4}{5}.$$

### Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{12x^2 + 5x - 3}{9x^2 - 1}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \frac{8x^2 + 14x - 15}{4x^2 - 25}$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{-6x^2 - x + 1}{9x^2 - 1}.$$